

Étude de cas Sûreté de Fonctionnement SE301b 2018-2019

I. Disponibilité d'un réseau en anneau (20 pts)

Dans cet exercice nous allons étudier la topologie réseau en anneau. On parle ici de topologie physique et donc de « câblage ».

Le but de cet exercice est de vous amener à utiliser les outils découverts en TD pour analyser et résoudre un problème.

Le modèle du système et ses défaillances.

Le principe d'une topologie en anneau est la suivante. Pour un ensemble de N machines nommées m_0, \dots, m_{N-1} . Chaque machine m_i est connectée à m_{i-1} et m_{i+1} modulo N (ceci est la version simple qui fait abstraction de certains détails dans la constitution d'un tel réseau). En l'absence de connexions défaillantes (câbles rompus), les données circulent de machine en machine par le chemin le plus court. Ce modèle suppose que les câbles permettent des communications bi-directionnelles. La pile réseau en charge du transport est munie de moyens de détection pour la perte de connexions entre un nœud et ses voisins directs. En cas de perte de connexion chaque nœud met à jour une table indiquant pour le nœud en question le prochain nœuds sur le plus court chemin pour chaque destination. On supposera que cette table se met à jour instantanément et sans erreur. Le réseau est déclaré défaillant pour les nœuds (m_i, m_j) si il est impossible d'établir un chemin de i à j . **Pour tout ce problème, nous supposons que $N=10$, sauf indication contraire.**

Question 1

Combien de câbles peuvent être rompus sans empêcher la transmission de donnée de la machine 0 vers la machine 4

- dans le pire cas (du point de vue de l'ingénieur en sûreté de fonctionnement)
- dans le meilleur des cas

Question 2

En supposant que

- la date de rupture d'un câble dans cette architecture suit une loi exponentielle de paramètre $L=0.0001$ (pour une unité de temps correspondant à 1h),
- la rupture de chaque câble doit être vue comme un événement indépendant

Calculez la probabilité que les nœuds 0 et 4 restent connectés pendant 5 mois à partir d'un système totalement fonctionnel.

Processus de maintenance

Le processus de maintenance est modélisé de la manière suivante. La réparation d'un câble rompu suit une loi exponentielle de paramètre $m=0,001$ (même unité temps qu'auparavant). La détection de défaillance étant instantanée, le processus de

maintenance est engagé dès qu'un câble se rompt. On supposera qu'il y a au moins autant d'équipes de maintenance que de câbles. Une connexion entre deux machines (m_i, m_j) est jugée défaillante si aucun des deux chemins possibles pour communiquer entre ces machines n'est totalement fonctionnel. Le système est défaillant à partir du moment où il existe une connexion défaillante dans le système.

Question 3

Quelle est la probabilité maximale que le système soit défaillant pour un couple de machines durant 24h d'affilées. (Lors du rendu, donnez en même temps que la valeur, les éléments permettant de refaire le calcul : modèle et propriétés...).

Question 4

Supposons que L vaut désormais 0.0001. Est-il possible que le système soit défaillant pendant 2h avec une probabilité supérieure ou égale à 0.001 ? En quoi la valeur de m affecte-t-elle votre réponse ? (réponse rédigée attendue, indiquer l'impact de la variation de m sur celle de la probabilité de défaillance)

Question 5

a) Réduisez votre anneau à 4 nœuds, puis tracez la variation au cours du temps de sa probabilité d'être fonctionnel (tous les nœuds sont connectés).

b) Nous supposons maintenant que le réseau a une taille physique limitée et qu'une équipe de maintenance peut réparer tous les câbles en même temps mais met un certain temps à intervenir. On suppose désormais que le processus de réparation correspond au déplacement de l'équipe qui se fait en un temps suivant une loi exponentielle, puis à la réparation à proprement parler des câbles qui est supposée instantanée dans notre cas. Modifiez le modèle pour modéliser le temps nécessaire à l'arrivée de l'équipe sur site correspond à une loi exponentielle de paramètre $m=0,001$. Tracez la variation de la probabilité que ce réseau soit fonctionnel et la comparez à la courbe tracée en a). Qu'en pensez-vous ?

Indication : la solution reposera sur un produit de chaînes à temps continu, où il vous faudra une synchronisation pour les ruptures de chaque câble, et une synchronisation pour les différents ensembles de câbles réparés à l'arrivée de l'équipe de maintenance....